

フェルマーの最終定理 $n = 4$ の場合の新証明

希暮竜輔

$a^4 + b^4 = c^4$ が成り立つ自然数 a, b, c が存在すると仮定すると、

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = (a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab)(a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab) = c^4$$

ここで、 $c = xy$ (x, y は自然数) と置くと、

$$(a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab)(a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab) = x^4y^4$$

よって、 $a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab = x^py^q$ ———① $a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab = x^ry^s$ ———② と置

ける。ただし、 p, q, r, s は非負整数で、 $p + r = 4, q + s = 4$

② - ① より、 $2\sqrt{2}ab = x^ry^s - x^py^q$ a, b, x, y は自然数で p, q, r, s は非負整数より、

左辺は無理数で右辺は有理数（特に整数）より矛盾。

よって、背理法により $a^4 + b^4 = c^4$ が成り立つ自然数 a, b, c は存在しない。

よって、フェルマーの最終定理 $n = 4$ の場合が初等整数論的に示された。