間違い探しの解答

解答

（ⅵ）の（Ⅱ），（Ⅲ）の所。

（ⅵ）$a+b=x^2$, $a^2-ab+b^2=xy^3$の場合、$a+b=x^2$より、$(a+b)^2=x^4$

$\therefore a^2+2ab+b^2=x^4$―――①　また、$a^2-ab+b^2=xy^3$―――②

①－②より、

$$3ab=x^4-xy^3=x(x^3-y^3)=x(x-y)(x^2+xy+y^2)=x(x-y)\{(x-y)^2+3xy\}$$

（Ⅱ）$x-y=3m+1$（m は整数）の場合

$3ab=x(3m+1)\{(3m+1)^2+3xy\}$

左辺は 3 の倍数で、右辺は$3m+1$と$(3m+1)^2+3xy$が 3 の倍数ではないので、xは 3 の倍数である。また、xが 3 の倍数よりcも 3 の倍数。（$c=xy$より）

よって、（Ⅰ）の☆☆の所の式を考えると、aとbは 3 で割ると 1 余る数と 3 で割ると 2 余る数の組み合わせである。また、aとbは互いに素より、左辺の$3ab$は互いに素である 3 数の積である。よって、右辺も互いに素である 3 数の積となり、$x=3,\ ab=(3m+1)\{(3m+1)^2+3xy\}$　ところで、$3m+1$と$(3m+1)^2+3xy$は 3 で割ると 1 余る数と 3 で割ると 1 余る数の組み合わせより矛盾。

＞$x=3,\ ab=(3m+1)\{(3m+1)^2+3xy\}$

こうとは限りません。これはa,bが素数の場合です。$3ab=x(3m+1)\{(3m+1)^2+3xy\}$

例えば、x= 6 とすると、$3ab=3(6m+2)\{(3m+1)^2+3xy\}$となり矛盾が生じません。

xと$3m+1$と$(3m+1)^2+3xy$が互いに素でも素数ではないので、組み換えられるという

訳です。（Ⅲ）の方も同様にダメですね。

念のため、$a=a_1a_2$として$3a_1=6, a_2=3m+1, b=(3m+1)^2+3xy$などが一例です。